

# Série d'exercices N° 13 (Généralités sur les fonctions)

**Exercice 1 :**

Déterminer l'ensemble de définition de chacun des fonctions suivantes :

a)  $f(x) = 2 - \frac{1}{x}$

b)  $f(x) = \frac{8}{x-3}$

c)  $f(x) = \frac{x+3}{2x+1}$

d)  $f(x) = 2 + \sqrt{x}$

e)  $f(x) = \sqrt{4-x}$

f)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-x^2-4x+5}}$

**Exercice 2 :**

$f(x) = x^2 - 6x + 5$

- 1) Vérifier qu'il existe un réel a tel que  $f(x) = (x-3)^2 + a$
- 2) En déduire le sens de variation de f sur  $]-\infty, 3[$  et sur  $]3, +\infty[$ .
- 3) Dresser le tableau de variations.

**Exercice 3 :**

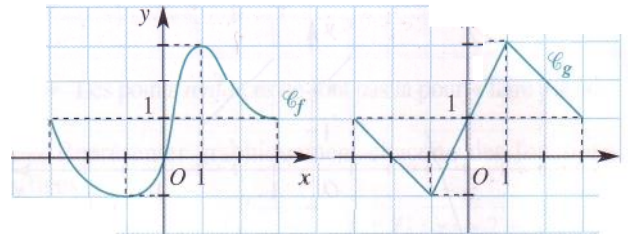
$f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$

- 1) Quel est l'ensemble de définition D de f ?
- 2) Vérifier l'égalité  $f(x) = 2 - \frac{1}{x+1}$
- 3) En déduire le sens de variation de f sur  $]-\infty, -1[$  et sur  $]-1, +\infty[$

**Exercice 4 :**

Les courbes suivantes sont les représentations graphiques de deux fonctions f et g définies sur  $[-3, 3]$  :

- 1) Dresser les tableaux de variation de f et de g
- 2) Le tableau de variation suffit-il pour connaître une fonction ?



**Exercice 5 :**

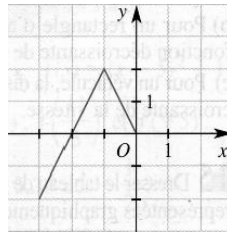
$f(x) = x(1-x)$

- 1) Vérifier l'égalité  $f(x) = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$
- 2) En déduire le sens de variation de f sur  $]-\infty, \frac{1}{2}[$  et sur  $]\frac{1}{2}, +\infty[$
- 3) Dresser le tableau de variations.

**Exercice 6 :**

La figure ci-contre montre une partie de la courbe représentative d'une fonction f définie sur  $\mathbb{R}$  : Compléter le tracé en supposant que :

- a) f est paire
- b) f est impaire.



**Exercice 7 :**

La fonction f est définie sur l'intervalle  $I = [-5; 3]$  et a pour

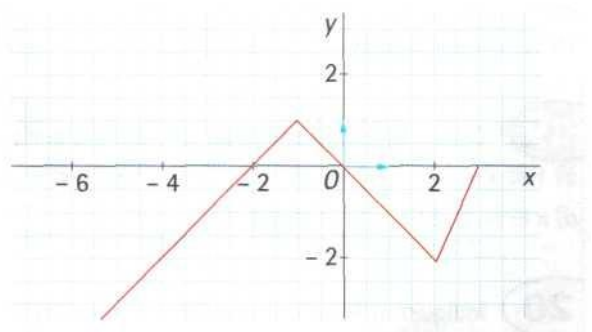
x	-5	-2	-1	1	3
f(x)	-1	0	3	-2	4

- 1) Sur quels intervalles f est-elle croissante? décroissante?
- 2) Préciser le maximum et le minimum de f sur I.
- 3) Comparer, si c'est possible :  $f(-4)$  et  $f(-3)$  ;  $f(-1)$  et  $f(0)$  ;  $f(-2)$  et  $f(2)$ .

**Exercice 8 :**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle  $[-6; 3]$  et  $\zeta$  sa courbe représentative.

- 1) Déterminer les images de -1, 0 et 2 par f.
- 2) Exprimer f(x) en fonction de x selon les valeurs de x.
- 3) Dresser le tableau des variations de f.



### Exercice 9 :

On a représenté ci-dessous le tableau de variation d'une fonction  $f$  :

x	-4	-2	1	5
f(x)	6	3	4	0

Tracer trois allures différentes possibles de la courbe représentative de  $f$ .

### Exercice 10 :

$u$  et  $v$  sont deux fonctions définies sur l'intervalle  $[-4; 4]$  et leurs courbes représentatives  $\zeta_u$  et  $\zeta_v$ .

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[-4; 4]$  par  $f = \frac{u}{v}$

- 1) Calculer  $f(-4)$ ,  $f(0)$  et  $f(1)$ .
- 2) Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 0$ .
- 3) Déterminer le signe de  $f(x)$  en fonction des valeurs de  $x$ .

### Exercice 11 :

Une fonction  $f$  est définie sur  $[-2; 5]$  et possède les propriétés suivantes :

- \*  $f$  est croissante sur  $[-2; 3]$ ;
  - \*  $f$  est croissante sur  $[3; 5]$ ;
  - \*  $f(-2) = -7$  ;  $f(3) = 2$  ;  $f(5) = -1$ .
- 1) Encadrer  $f(x)$  pour  $x \in [-2; 5]$ .
  - 2) Ordonner et encadrer  $f(a)$  et  $f(b)$  dans chacun des cas suivants :
    - a)  $-2 < a \leq b < 3$
    - b)  $3 \leq a \leq b \leq 5$ .

### Exercice 12 :

Sur la figure suivantes, on a représenté les courbes  $\zeta_f$  et  $\zeta_g$  représentent les fonctions numériques  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^2$  et  $g(x) = 2 - x$ .

- 1) Déterminer graphiquement puis algébriquement, les coordonnées des points d'intersection de deux courbes.
- 2) Résoudre graphiquement
  - a)  $f(x) = 1$
  - b)  $f(x) \leq g(x)$ .
- 3) On considère la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $h(x) = f(x) - g(x)$ .

- a) Vérifier que  $h(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$
- b) Montrer que  $h$  admet un minimum que l'on précisera.
- c) Montrer que  $h$  est décroissante sur  $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right]$  et croissante sur

$\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$  puis dresser le tableau de variation de  $h$ .

- d) Sachant que  $0 < x < 1$ , encadrer  $h(x)$ .

- 4) On considère la fonction  $\varphi$  telle que  $\varphi(x) = \frac{x^2}{2 - |x|}$

- a) Déterminer l'ensemble de définition de  $\varphi$ .
- b) Montrer que  $\varphi$  est une fonction paire.

